Вариационное исчисление и оптимальное управление

программа курса

МГУ, мех-мат, экономический поток. Осенний семестр 2008-2009 г.
лектор – проф. В.Ю.Протасов.

1. Конечномерные гладкие экстремальные задачи. Компактность и коэрцитивность. Теорема Ферма. Выпуклые задачи.

2. Теорема Лагранжа для конечномерных задач с ограничениями типа равенств.

3. Вариация по Лагранжу, производная по Гато и по Фреше. Примеры. Теорема отделимости в нормированных пространствах (без док-ва). Лемма Фаркаша.

4. Теорема Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.

5. Простейшая задача вариационного исчисления. Слабый минимум. Необходимые условия первого порядка. Импульс и энергия.

6. Задача Больца. Изопериметрическая задача. Задача Дидоны (нахождение эстремалей).

7. Задача с подвижными концами. Формула вариации интегрального функционала с подвижными концами.

8. Сильный экстремум и его свойства. Лемма о скруглении углов.

9. Теорема Вейерштрасса-Эрдмана.

10. Вторая производная по Фреше. Вторая вариация интегрального функционала. Условие Лежандра.

11. Условие Якоби. Необходимые условия второго порядка на слабый минимум.

12. Достаточные условия второго порядка на слабый минимум. Исследование простейшей задачи в случае квадратичного функционала.

13. Игольчатые вариации. Функция Вейерштрасса. Условие Вейерштрасса – необходимое условие сильного минимума.

14. Центральное поле экстремалей. Функция наклона поля. S-функция. Уравнение Гамильтона-Якоби. Основная формула Вейерштрасса.

15. Усиленное условие Вейерштрасса. Достаточные условия сильного минимума и достаточные условия абсолютного минимума в простейшей задаче. Случай интегранта, не зависящего явно от x.

16. Задача о брахистохроне: нахождение экстремалей, построение центрального поля и доказательство оптимальности.

17. Задача Лагранжа. Примеры. Необходимые условия слабого минимума (без док-ва).

18. Лемма о решении линейных систем и лемма о центрированной системе (без док-ва). Вывод необходимых условий в задаче Лагранжа с фиксированными концами.

19. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без док-ва).

20. Доказательство принципа максимума для задачи со свободным концом.