

# КАФЕДРА ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Специальный курс по выбору кафедры

## «Введение в классическую теорию аппроксимации»

полугодовой, экзамен, зачет

Лектор: доцент К.С. Рютин

В курсе даётся введение в классическую теорию аппроксимации. Курс начинается с таких базовых вопросов, как теорема Вейерштрасса о приближении полиномами, далее обсуждается интерполяция, теоремы об альтернансе, прямые и обратные теоремы, показывается специфика тригонометрических приближений. Классические формулировки теорем дополняются более современными версиями и обобщениями.

### Программа курса

1. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации полиномами. Разные подходы к доказательству.
2. Теорема Стоуна—Вейерштрасса.
3. Теорема Рунге. Аппроксимация в комплексной области. Примеры применения.
4. Интерполяция. Многочлен Лагранжа. Пример Рунге
5. Элемент наилучшего приближения; его существование, единственность. Примеры.
6. Условие Хаара, характеристика чебышевских подпространств в  $C(K)$ . Теорема Мэйрхьюбера
7. Критерий Колмогорова. Теорема об альтернансе.
8. Многочлены Чебышева. Их свойства.
9. Неравенства Сегё и Бернштейна.
10. Неравенство Маркова. Неравенство Ремеза.
11. Модули непрерывности.
12. Прямая теорема (Джексона) для тригонометрических полиномов и обратная теорема (Бернштейна)
13. Тригонометрические приближения. Приближение операторами Фурье, Фейера. Приближение операторами Валле—Пуссена. Насыщение
14. Приближение в  $L_p$ . Критерий э.н.п. для подпространств.
15. Приближение подпространствами в  $L_1, L_2$
16. Теорема Мюнтца

### Типичные задачи для зачёта, экзамена.

Пример неединственности э.н.п. подпространством  
Единственность э.н.п. рациональными дробями в  $C[0;1]$   
Доказать, что полиномы плотны в  $C^k$   
Предъявить пример функции с заданными н.п. триг. полиномами  
Найти э.н.п. тригонометрическими полиномами для  $a \cos nx + b \sin nx$   
Доказать, что малочлены образуют чебышевскую систему  
Доказать выпуклость чебышевского множества в конечномерном евклидовом пространстве  
Обоснование примера Рунге в теории интерполяции