

КАФЕДРА ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
Специальный курс по выбору кафедры
«Гармонический анализ в теории приближений»

полугодовой, экзамен

Лектор: доцент К.С. Рютин

Курс посвящен некоторым фактам и конструкциям гармонического анализа и их применениям в современной теории аппроксимации. Даются некоторые факты теории преобразований Фурье, интерполяционные теоремы, базовые факты и методы оценивания интегралов от быстро осциллирующих функций и разные приложения в теории приближений. Большая часть курса связана с нижними оценками в теории приближений.

Программа курса

0. Основные неравенства: Гёльдера, Минковского.
1. Интерполяционная теорема Рисса-Торина.
2. Действительная интерполяция. Теорема Марцинкевича.
3. Преобразование Фурье в L . Его свойства. Связь гладкости функции и свойств ее преобразования Фурье.
4. Пространства S, S' . Равенство Парсеваля. Преобразование Фурье в L^2 . Формула обращения.
5. Свертка. Преобразование Фурье и свертка. Приложения к дифференциальным уравнениям. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.
6. Следствие теорем интерполяции. Неравенство Хаусдорфа-Юнга. Точность показателей в неравенстве Хаусдорфа--Юнга. Неравенство Юнга для сверток.
7. Формула суммирования Пуассона. Формула Шеннона-Котельникова. Задача о числе целых точек в круге.

8. Асимптотика интегралов от осциллирующих функций. Метод стационарной фазы. Убывание преобразования Фурье поверхностных мер. Преобразование Фурье дуги окружности.

9. Нижние оценки погрешности приближений алгебраическими многочленами. Альтернанс Валле Пуссена. Алгоритм Ремеза. Теорема Коровкина о приближении положительными полиномиальными операторами.

10. Нижние оценки погрешности приближений тригонометрическими полиномами. "Обратная" теорема. Оценка L-нормы (неравенство Макги-Пиньо-Смита), следствие для тригонометрических проекторов.

11. Двойственность в теории приближений. Формула для расстояния до выпуклого множества, подпространства. Двойственность поперечников по Гельфанду и Колмогорову, следствие для поперечника куба в \mathbb{H}^1 . Пример: оценка Белинского тригонометрического приближения ядра Бернулли.

Некоторые задачи для экзамена.

Когда достигается равенство в соотношении неопределённостей Гейзенберга ?

Найти порядок L_p нормы ядра Дирихле

Предъявить пример функции с заданными н.п. тригполиномами

Найти э.н.п тригонометрическими полиномами для $a \cos nx + b \sin nx$

Оценить скорость убывания преобразования Фурье характеристической функции шара

Может ли быть тождественно нулевой свертка неотрицательных, положительных, финитных функций ?

Решить задачу Коши для волнового уравнения

Найти периодическую функцию с максимумом L_2 -нормы на подотрезке