

КАФЕДРА ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Специальный курс по выбору кафедры

**«Некоторые задачи гармонического анализа и приложения»**

1 год, экзамен

Лектор: доцент К.С. Рютин

Курс посвящён основным методам и конструкциям современного гармонического анализа и обсуждению некоторых задач, активно исследуемых в настоящее время (скажем, известной проблемы Какеи). Курс начинается с базовых конструкций теории рядов и преобразования Фурье и постепенно подводит слушателей к некоторым задачам, находящимся на переднем крае современных исследований.

**Программа курса**

**Осенний семестр.**

1. Преобразование Фурье в  $L$ . Его свойства. Связь гладкости функции и свойств ее преобразования Фурье. Пространства  $S, S'$ . Равенство Парсеваля. Преобразование Фурье  $L^2$ . Формула обращения. Свертка. Преобразование Фурье и свертка. Приложения к дифференциальным уравнениям. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.

2. Интерполяционная теорема Рисса-Торина. Ее следствия (неравенство Хаусдорфа-Юнга). Неравенство Хинчина. Точность показателей в неравенстве Хаусдорфа-Юнга. Теорема Рисса о сопряженных функциях.

3. Формула суммирования Пуассона. Формула Шеннона-Котельникова. Задача о числе целых точек в круге. Задача о плотнейшей упаковке шаров (метод оценки сверху).

4. Асимптотика интегралов от осциллирующих функций. Метод стационарной фазы. Убывание преобразования Фурье поверхностных мер. Преобразование Фурье меры площади сферы.

5. Классические неравенства: Юнга, Гёльдера, Минковского, обобщённое неравенство Гёльдера.

### **Весенний семестр**

1. Полнота системы сдвигов одной функции в  $L^2$ . Полнота системы сдвигов в  $L$  (теорема Винера).

2. Ряды Фурье (кратные). Различные способы суммирования (по шарам, параллелепипедам, кубам). Различные виды сходимости (в среднем, п.в.). Мультипликаторы.

3. Пример расходимости ряда Фурье непрерывной функции в точке. Средние Фейера и Валле-Пуссена. Пример Колмогорова расходимости почти всюду р.Ф. для функции из  $L$ .

4. Леммы о покрытиях (Витали). Разложение Кальдерона-Зигмунда.

Максимальная функция Харди-Литтлвуда. Интерполяционная теорема Марцинкевича.

5. Ограниченность преобразования Гильберта в  $L^p$ . Операторы Кальдерона-Зигмунда. Теорема Хермандера-Михлина о мультипликаторах. Разложение Литтлвуда-Пэли.

6. Теорема Фэффермана о шаровом мультипликаторе. Множество Безиковича. Задача Какея.

7. Важнейшие ортонормированные системы. Всплески. Система Уолша.