

# КАФЕДРА ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Специальный курс по выбору студента

«Управляемость и стабилизация»

½ года, экзамен

**Лектор: доцент А.В. Горшков**

Спецкурс состоит из двух частей - управляемость и стабилизация. Первая часть охватывает управляемость в конечномерных пространствах для эволюционных уравнений, а затем рассмотренные задачи исследуются в банаховых пространствах, в которых рассматривается точная и аппроксимативная управляемость.

Вторая часть спецкурса является естественным продолжением первой и частично опирается на доказанные теоремы. И тем не менее её можно рассматривать как самостоятельный раздел спецкурса. Исследуется стабилизация линейных систем в бесконечных банаховых пространствах с применением спектральной теории непрерывных полугрупп операторов. Отдельно исследуются задачи стабилизации для полугрупп с дискретной и непрерывной структурой спектра генератора полугруппы.

Программа спецкурса включает геометрическую теорию эволюционных уравнений – исследование инвариантных подпространств и локальных многообразий линейных уравнений и их нелинейных возмущений в окрестности стационарной точки. Доказывается теорема о касательном пространстве для возмущенных уравнений. Абстрактная теория дополняется конкретными задачами математической физики. В качестве примера строится серия нелокальных инвариантных многообразий для одной нелинейной задачи и касательные подпространства для соответствующей линеаризованной задачи.

## Программа

1. Управляемость линейных нестационарных систем. Критерий управляемости.
2. Управляемость стационарных систем. Критерий управляемости (теорема Калмана). Матрица управляемости
3. Стационарная система со скалярным управлением. Канонический базис 1-го и 2-го типа.
4. Критерий аппроксимативной управляемости в банаховых пространствах.
5. Отсутствие точной управляемости в бесконечномерном пространстве. Теорема о множестве достижимости
6. Резольвента и спектр. Основные типы спектра. Спектр компактно возмущенного оператора.
7. Непрерывные и равномерно непрерывные полугруппы. Теорема о резольвенте равномерно-ограниченной полугруппы (правая полуплоскость является резольвентным множеством).
8. Оценка сверху нормы непрерывной полугруппы. Теорема о резонансе.
9. Стабилизация. Необходимое условие экспоненциальной стабилизации в терминах непрерывного спектра.
10. Разделение спектра на устойчивую и не устойчивую часть. Достаточное условие стабилизируемости.
11. Секториальный оператор с компактной резольвентой. Теорема Келдыша.
12. Стабилизируемость уравнений с секториальным оператором с компактной резольвентой.

13. Аппроксимативная управляемость для секториального оператора с компактной резольventой.
14. Стабилизация уравнения теплопроводности на отрезке.
15. Отсутствие экспоненциальной стабилизации для уравнения теплопроводности на полуоси.
16. Инвариантные многообразия. Теорема о существовании инвариантного многообразия в банаховых пространствах.
17. Инвариантное многообразие уравнения теплопроводности на отрезке и полуоси.
18. Инвариантное многообразие для уравнения Бюргера на полуоси.