

Кафедра Общих Проблем Управления

Основной курс по специализации «математические методы экономики»

Вариационное исчисление и оптимальное управление.

½ года, зачет, экзамен.

**Лекторы: Локуциевский Л.В., Васильева А.Н.,
Протасов В.Ю., Галеев Э.М.**

Курс вариационное исчисление и оптимальное управление направлен на то, чтобы обучить студентов основам современного оптимального управления и вытекающего из него вариационного исчисления. Более общо, курс связан с исследованием экстремальных задач, то есть задач на минимум и максимум. В конечномерном пространстве, решение экстремальных задач основано на принципе Лагранжа. В бесконечномерном случае (то есть для задач оптимального управления и вариационного исчисления) решение основано на двух ключевых результатах курса – принципе максимума Понтрягина и уравнении Эйлера-Лагранжа, которые сводят решение соответствующих экстремальных задач в бесконечномерных банаховых пространствах в решение систем ОДУ в конечномерном пространстве. Помимо этих двух основных результатов в курсе даются необходимые и достаточные условия условия второго порядка в задачах вариационного исчисления и теоремы о структуре множества достижимости для задач оптимального управления.

Программа

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
2. Первый интеграл импульса (как инвариант сдвига по координате) и первый интеграл энергии (как инвариант сдвига по времени).
3. Гамильтоновость системы уравнений Эйлера-Лагранжа. Необходимое условие Вейерштрасса-Эрдмана. Теорема Гильберта о гладкости экстремалей.
4. Необходимое условие Лежандра. Сопряженные точки и необходимое условие Якоби.
5. Форма Пуанкаре-Картана и условия ортогональности.
6. Лежандрово подмногообразие. Теоремы Якоби и Вейерштрасса об оптимальности экстремали, погруженной в поле.
7. Теорема Якоби о существовании поля экстремалей при отсутствии сопряженных точек.
8. Уравнения в вариациях и ковариациях. Гамильтоновость уравнений в ковариациях. Вмороженное управление

9. Лемма о пакете иголок (с положительными и отрицательными ширинами).
10. Принцип максимума Понтрягина (для задачи Майера/в геометрической форме) – *на выбор*.
11. Принцип максимума Понтрягина для задачи с неравенствами.
12. Принцип максимума Понтрягина для общей задачи оптимального управления.
13. Особые экстремали в задачах, аффинных по одномерному управлению.
Теорема о порядке особой экстремали.
14. Теорема о приближении с помощью кусочно-постоянных управлений.
15. Теорема Нагано-Сусмана об орбите.
16. Теорема Рашевского-Чжоу.
17. Три эквивалентные формы субримановых задач.