

1. Выпуклые функции. Выпуклость нормы, суммы выпуклых функций, поточечного супремума семейства выпуклых функций, поточечного предела последовательности выпуклых функций. Критерий выпуклости для дважды дифференцируемых функций<sup>1</sup>.
2. Субдифференциал выпуклой функции<sup>2</sup>. Субдифференциал функции, дифференцируемой в точке. Теоремы Моро – Рокафеллара и Дубовицкого – Милютина. Субдифференциал функции, явно не зависящей от некоторых переменных. Связь субдифференциалов функций  $f(x)$  и  $g(x) := f(x-a)$ . Субдифференциал нормы в нуле. Субдифференциал функции  $f(x_1, \dots, x_n) = \left( \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i}{a_i} \right|^p \right)^{1/p}$ ,  $1 < p < \infty$  (в частности, субдифференциал евклидовой нормы в  $\mathbb{R}^n$ )<sup>3</sup>.
3. Выпуклые задачи без ограничений.
4. Выпуклые задачи с ограничениями. Теорема Каруша – Куна – Таккера.
5. Сопряженные функции. Сопряженная функция к положительно-однородной выпуклой функции (в частности, к норме)<sup>4</sup>. Сопряженная функция к индикаторной функции  $\delta_A(x)$  множества  $A$ .<sup>5</sup>
6. Вторая сопряженная функция. Теорема Фенхеля – Моро. Функция  $\overline{\text{co}} f$  и нахождение  $s$  ее помощью второй сопряженной.
7. Поляра множества. Поляра единичного шара относительно положительно-однородной функции (в частности, нормы). Поляра пересечения и объединения конечного числа множеств, поляра замыкания выпуклой оболочки множества. Теорема и биполяре и следствие из нее. Поляра круга  $(x_1 - a)^2 + x_2^2 \leq R^2$ .<sup>6</sup>

---

<sup>1</sup>Нужно знать критерий Сильвестра неотрицательной определенности квадратичной формы.

<sup>2</sup>В  $\mathbb{R}^n$  всегда считается, что линейный непрерывный функционал  $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i$  задается как вектор  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ . Если размерность пространства равна 2 или 3, то субдифференциал в некоторых задачах надо будет также задавать геометрически.

<sup>3</sup>На контрольной надо будет выводить неравенство, задающее субдифференциал; поэтому нужно знать неравенство Гельдера.

<sup>4</sup>Надо уметь доказывать, что она имеет такой вид.

<sup>5</sup>Тоже надо уметь доказывать.

<sup>6</sup>Надо уметь выводить соотношение, ее задающее; возможно, будут похожие задачи.