

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова  
МЕХАНИКО - МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА  
на 2012/2013 год по специальности «математика»

1. Непрерывность функций одной переменной, свойства непрерывных функций.
2. Функции многих переменных, полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции.
4. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
5. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости.
6. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Умножение рядов.
7. Ряды функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).
8. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости, свойства степенных рядов (почленное интегрирование, дифференцирование). Разложение элементарных функций.
9. Несобственные интегралы и их сходимость. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра. Свойства равномерно сходящихся интегралов.
10. Ряды Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
11. Теоремы Остроградского и Стокса. Дивергенция. Вихрь.
12. Линейные пространства, их подпространства. Базис. Размерность. Теорема о ранге матрицы. Система линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
13. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах и их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
14. Линейные преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
15. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Симметрические преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.
16. Группы, подгруппы, теорема Лагранжа. Порядок элемента. Циклические группы, факторгруппа. Теорема о гомоморфизмах.
17. Аффинная и метрическая классификация кривых и поверхностей второго порядка. Проективная классификация кривых.
18. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.

19. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное уравнение.
20. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: однородное и неоднородное.
21. Функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
22. Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Дробно-линейные преобразования.
23. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
24. Ряд Лорана. Полус и существенно особая точка. Вычеты.
25. Криволинейные координаты на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности.
26. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна линии на поверхности. Теорема Менье.
27. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.

От сдающих государственные экзамены требуется знание основных этапов развития математики в России и за рубежом.

#### ЛИТЕРАТУРА:

- |                      |  |
|----------------------|--|
| 1. Кострикин А.И.    | Введение в алгебру, ч. I. Основы алгебры               |
| 2. Кострикин А.И.    | Введение в алгебру. Ч. II. Линейная алгебра            |
| 3. Кострикин А.И.    | Введение в алгебру. Ч. III. Основные структуры алгебры |
| 4. Курош А.Г.        | Курс высшей алгебры                                    |
| 5. Александров П.С.  | Курс по аналитической геометрии и линейной алгебре     |
| 6. Гельфанд И.И.     | Лекции по линейной алгебре                             |
| 7. Шилов Г.Е.        | Введение в теорию линейных пространств                 |
| 8. Кудрявцев Л.Д.    | Математический анализ                                  |
| 9. Фиксеногольц Г.И. | Основы математического анализа, тт. 1,2,3              |
| 10. Рудин У.Л.       | Основы математического анализа                         |
| 11. Никольский С.М.  | Математический анализ                                  |
| 12. Степанов В.В.    | Курс дифференциальных уравнений                        |
| 13. Петровский И.Г.  | Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям     |
| 14. Понтрягин Л.С.   | Обыкновенные дифференциальные уравнения                |
| 15. Арнольд В.И.     | Обыкновенные дифференциальные уравнения                |
| 16. Привалов Н.Н.    | Введение в теорию функции комплексных переменных       |
| 17. Маркушевич А.И.  | Теория аналитических функций                           |
| 18. Шабат Б.В.       | Введение в комплексный анализ                          |
| 19. Рашевский П.К.   | Дифференциальная геометрия                             |
| 20. Дубровин Б.А.    | Современная геометрия                                  |
| Новиков С.П.         |  |
| Фоменко А.Т.         |  |
| 21. Гнеденко Б.В.    | Очерк по истории математики в России и СССР            |
| 22. Рыбников К.А.    | История математики                                     |