Программы спецкурсов, читаемых

кафедрой Общих Проблем Управления

для аспирантов мехмата МГУ имени М.В. Ломоносова

Точная управляемость и стабилизация уравнений параболического типа

Читают : **профессор А.В.Фурсиков, доцент А.В.Горшков**

1. Постановка задачи точной управляемости в линейном случае. Вывод краевой задачи. Карлемановская оценка и доказательство точной управляемости. ([1], Раздел 4, [2], с.3-31, [9])
2. Постановка задачи локальной точной управляемости для квазилинейного параболического уравнения и доказательство ее разрешимости. ([1], Раздел 5, [2], с. 39-49, [9])
3. Резольвента и спектр. Секториальные операторы. Аналитические полугруппы. Теория инвариантных пространств и многообразий ([3] с.23-40, 298-324,[4] с.290-319, 320-327, 350-357,[5] с. 120-127).
4. Управление с обратной связью. Стабилизация уравнения теплопроводности на отрезке. Стабилизация линейного параболического уравнения ([5] с. 117-120, 127-137).
5. Стабилизация с квазилинейных параболических уравнений ([5] с. 117-120, 139-159).
6. Спектральное представление самосопряженных операторов с непрерывным спектром в гильбертовых пространствах. Обобщенные собственные функции. ([4] с. 426-434, [6] с. 133-170)

7. Спектр оператора Лапласа во всем пространстве. Обобщенные собственные функции оператора Лапласа на полуограниченном стержне, во внешности круга и сферы. Стабилизация. ([3] с. 41,42, [7] с. 213,214)
8. Обобщенные собственные функции оператора Лапласа во внешности круга и сферы. Стабилизация. ([8])

Список литературы

1. *Fursikov A.V., Imanuvilov O.Yu.* On controllability of certain systems simulating of fluid flow // IMA Vol. Math.Appl.1995. V. 68, p. 149-184.
2. *Fursikov A.V., Imanuvilov O.Yu.* Controllability of evolution equations. // Lecture Notes Ser. Seoul GARC 1996, v.34, p.1-163
3. *Хенри Д.* Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений. М., Мир, 1985 г. 376 с.
4. *К. Иосида.* Функциональный анализ. М., Мир, 1967.- 624 с.
5. *А.В. Фурсиков.* Стабилизируемость квазилинейного параболического уравнения с помощью граничного управления с обратной связью // Матем. сб., 192:4 (2001), 115–160
6. *Гельфанд И.М., Виленкин Н.Я.* Обобщенные функции. Вып. 4. - Некоторые применения гармонического анализа. Оснащенные гильбертовы пространства. М.: Физматгиз, 1961.
7. *А. В. Горшков.* Стабилизация одномерного уравнения теплопроводности на полуограниченном стержне // УМН, 56:2(338) (2001), 213–214
8. *А. В. Горшков.* Стабилизация решения уравнения теплопроводности во внешности круга с управлением на границе. // Вестн. МГУ
9. *А.В.Фурсиков, О.Ю.Эмануилов* // Точная локальная управляемость двумерных уравнений Навье-Стокса // Матем.сб. 187:9 (1996) 103-138

Многомерное вариационное исчисление

Читает: **чл.-корр., профессор М.И.Зеликин**

1. Проблемы естественнонаучного содержания, приводящие к задачам многомерного вариационного исчисления (вариационные принципы в теории упругости и пластичности, минимальные поверхности и т.д.). ([5], стр. 18-37, [3], стр. 11-38).
2. Постановка задачи вариационного исчисления; уравнения Эйлера; вариация функционала с переменной областью интегрирования. ([2], стр.338-369)
3. Теория минимальных поверхностей. ([6], стр. 11-97, [7], стр. 260-265).
4. Вторая вариация; необходимые условия Лежандра-Адамара. Условия Лежандра-Вейля; поля экстремалей. ([7], стр. 260-317).
5. Понятие эллиптичности квазилинейных систем; эллиптичность уравнений Эйлера и Эйлера-Якоби. ([8], стр. 280-380, [9], стр.152-157).
6. Теория Якоби; индекс Морса-Арнольда-Маслова. ([6], стр. 93-95, [1], стр. 409-416).
7. Прямые методы в вариационном исчислении; сильная квазивыпуклость в смысле Мори; достаточные условия оптимальности. ([4], стр.19-25, 90-100).
8. Существование решений вариационных задач; принцип компактности, пространства Соболева, их полнота и рефлексивность при $p>1$. Теорема Тонелли. ([9], стр. 130-152).

Список литературы

1. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. М., Наука, 1974.
2. *Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.* Современная геометрия. М., Наука, 1979.
3. *Мосолов П.П., Мясников В.П.* Механика жесткопластичных сред. М., Наука, 1981.
4. *Morrey Ch.* Multiple Integrals in the calculus of variations. Springer, Berlin, 1966.
5. *Фоменко А.Т.* Вариационные методы в топологии. М., Наука, 1982.
6. *Дао-Чонг-Тхи, Фоменко А.Т.* Минимальные поверхности и проблема Плато. М., Наука, 1987.

7. *Зеликин М.И.* Однородные пространства и уравнения Риккати в вариационном исчислении. М., Факториал, 1998.
8. *Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н.* Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.,Наука, 1964.
9. *Галлеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В.* Оптимальное управление. М,. Изд-во МЦНМО, 2008

Теория игр

Читает: **чл.-корр., профессор М.И.Зеликин**

1. ИГРЫ ДВУХ ЛИЦ С НУЛЕВОЙ СУММОЙ.

1.1. Позиционные игры. Игры с полной информацией. Дерево игры. Игры в нормальной форме. Верхняя и нижняя цена игры.

1.2. Седловая точка. Смешанные стратегии. [2], гл. 1,2.

1.3. Теорема фон-Неймана о существовании седловой точки в смешанных стратегиях для конечных антагонистических игр.

1.4. Теорема о существовании цены игры в случае, когда пространства стратегий игроков компактны, а плата непрерывна. [2], гл. 2; [4], гл. 3

2. КОНЕЧНЫЕ ИГРЫ N ЛИЦ.

2.1. Равновесие Нэша. Теорема о существовании равновесия в смешанных стратегиях для конечных игр N лиц.

2.2. Паретовские решения. Ядро игры. [2], гл. 8,9

2.3. Характеристическая функция игры. Несущественные игры. Критерий несущественности. Существенная игра трех лиц.

2.4. Фон-Неймановские решения игры. [4], гл. 3

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИГРЫ ДВУХ ЛИЦ

3.1. Уравнение Гамильтона-Якоби-Айзекса-Беллмана как достаточное условие оптимальности. Характеристики уравнения

3.2. Гамильтона-Якоби-Айзекса-Беллмана и принцип минимакса. [5], гл. 4; [15], гл. 2

3.3. Методы Л.С.Понтрягина для решения линейных дифференциальных игр. [14], гл. 3

3.4. Теория особенностей. Нормальные формы особенностей. Описание простейших особенностей отображений (сборка, складка, ласточкин хвост). [9], гл. 2

3.5. Операции Минковского над выпуклыми множествами. Многогранник Ньютона и асимптотика решений дифференциальных уравнений. [12], гл. 6; [11]

3.6. Альтернированный интеграл Понтрягина. [14], гл. 3

3.7. Подход Н.Н.Красовского к изучению дифференциальных игр. Понятие движения. U-стабильный мост. Теорема об альтернативе. Метод исчезающей вязкости. [6], гл. 14,15; [10], гл. 1

3.8. Эпсилон-стратегии и результаты Б.Н.Пшеничного о структуре дифференциальных игр. [13]

Список литературы

1. *Дж.Мак-Кинси.* Введение в теорию игр. Физматгиз. М. 1960
2. *Г.Оуэн.* Теория игр. Мир. М. 1971
3. Сб. Позиционные игры. Наука. М. 1967
4. *Дж. Фон-Нейман и О. Моргенштерн.* Теория игр и экономическое поведение. Наука. М. 1970
5. *Р. Айзекс.* Дифференциальные игры. Мир. М. 1967
6. *Н.Н.Красовский и А.И.Субботин.* Позиционные дифференциальные игры. Наука. М. 1974
7. *Л.С.Понтрягин.* О линейных дифференциальных играх I. ДАН СССР. Т.174, № 6. (1967). С.1278-1280
8. *Л.С.Понтрягин.* О линейных дифференциальных играх II. ДАН СССР. Т.175, № 4. (1967). С.764-766
9. *В.И.Арнольд, А.Н.Варченко, С.М.Гусейн-Заде.* Особенности дифференцируемых отображений. Наука. М. 1982
10. *А.И.Субботин.* Обобщенные решения уравнений в частных производных. Москва-Ижевск. 2003
11. *А.Д.Брюно.* Локальный метод нелинейного анализа дифференциальных уравнений. Наука. М. 1979
12. *А.Г.Хованский.* Малочлены. М.Фазис. 1997
13. *Б.Н.Пшеничный.* Структура Дифференциальных игр. ДАН СССР. Т.184, № 2. (1969). С.285-287
14. *Л.С.Понтрягин.* Избранные труды. М.МАКС-Пресс. 2004
15. *Р.Курант* Уравнения в частных производных. М.,Мир. 1964

Численные методы в задачах оптимального управления

читают: **профессор В.Ю. Протасов, доцент И. С. Григорьев, доцент М.П. Заплетин**

1. Дифференцирование функционалов, градиент.
1.1. Градиент. [5] с. 53-43, [1] с. 137-140.
1.2. Градиент в задаче оптимального управления со свободным правым концом. [5] с. 554-565.
1.3. Градиент в одной дискретной задаче оптимального управления. [5] с. 565-571.
2. Прямые методы минимизации.
2.1. Градиентный метод. [5] с. 235-249.
2.2. Метод проекции градиента и субградиента. [5] с. 249-263, [7] с. 140-141.
2.3. Метод условного градиента. [5] с. 263-269.
2.4. Метод возможных направлений. [5] с. 269-278.
2.5. Метод сопряженных направлений. [5] с. 292-300.
2.6. Метод Ньютона. [8] с. 9-23, [3] с. 323-329, [5] с. 300-308, [4] с. 83.
2.7. Метод штрафных функций. [5] с. 323-339, [9] с. 54-55.
2.8. Метод случайного поиска. [5] с. 368-371.
3. Принцип максимума.
3.1. Постановка задачи, принцип максимума. [2] с. 187-194.
3.2. Принцип Лагранжа для задачи оптимального управления. [1] с. 314-322.
3.3. Краевая задача принципа максимума. [5] с. 480-485, [4] с. 81-87.
3.4. Метод стрельбы (пристрелки). [3] с. 414-416, [9] с. 33-38.
3.5. Метод Черноусько-Крылова. [6] с. 186-203, [9] с. 47-56.
4. Динамическое программирование.
4.1. Схема Беллмана. [5] с. 462-474.
4.2. Схема Моисеева. [5] с. 474-479.
4.3. Дифференциальное уравнение Беллмана. Проблема синтеза. [?] с. 479-486.
4.4. Схема Кротова. [5] с. 486-492.

Список литературы

1. *Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.* Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
2. *Галеев Э.М., Тихомиров В.М.* Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи. М.: УРСС, 2002.
3. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. М.: Наука, 1987. (Лаборатория базовых знаний, 2002).
4. *Моисеев Н.Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
5. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс 2002.
6. *Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В.* Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.
7. *Федоренко Р.П.* Приближенные решения задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
8. *Федоренко Р.П.* Введение в вычислительную физику. М.: МФТИ, 1994.
9. *Александров В.В., Бахвалов Н.С. и др.* Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. М.: МГУ, 1988.

Математические методы теории оптимального восстановления линейных операторов

Читают: **профессор Г.Г. Магарил-Ильяев, профессор К.Ю. Осипенко**

1. Постановка общей задачи оптимального восстановления линейного оператора. Радиус информации. Центральный оптимальный метод ([1], [2]).
2. Необходимые и достаточные условия существования аффинного оптимального метода в задаче оптимального восстановления линейного функционала (вещественный случай) ([3]).
3. Необходимые и достаточные условия существования линейного оптимального метода в задаче оптимального восстановления линейного функционала (комплексный случай) ([3]).
4. Теорема двойственности для задачи оптимального восстановления линейного функционала ([4]).
5. Существование линейного центрального оптимального метода в задаче оптимального восстановление линейного оператора по точной информации в гильбертовом пространстве ([1]).
6. Построение линейного оптимального метода в задаче оптимального восстановление линейного оператора по неточной информации ([5]).
7. Адаптивные оптимальные методы восстановления ([6], [7]).
8. Задачи оптимального восстановления функций и их производных на соболевских классах функций по неточно заданному спектру ([8]).
9. Задачи оптимального восстановления решений уравнений математической физики по неточным исходным данным ([9], [10], [11], [12]),
10. Задачи оптимального восстановления решений разностных уравнений ([13], [14]).

Список литературы

1. *Micchelli C. A., Rivlin T. J.* A survey of optimal recovery. In: Optimal Estimation in Approximation Theory (C. A. Micchelli and T. J. Rivlin, eds.). Plenum Press, New York, 1977, 154.
2. *Traub J. F., Wozniakowski H. A* General Theory of Optimal Algorithms, New York: Academic Press, 1980.

3. *Магарил-Ильяев Г. Г., Осипенко К. Ю.* “Об оптимальном восстановлении функционалов по неточным данным”, Матем. заметки, 50:6 (1991), 85-93.
4. *Магарил-Ильяев Г. Г., Тихомиров В. М.* Выпуклый анализ и его приложения, М.: Эдиториал УРСС, 2003.
5. *Melkman A. A., Micchelli C. A.* Optimal estimation of linear operators in Hilbert spaces from inaccurate data, SIAM J. Numer. Anal., 16 (1979) 87-105.
6. *Бахвалов Н. С.* “Об оптимальности линейных методов приближения операторов на выпуклых классах функций”, ЖВМ и МФ, 11:4 (1971), 1014-1018.
7. *Бахвалов Н. С.* Численные методы, М.: Наука, 1975.
8. *Магарил-Ильяев Г. Г., Осипенко К. Ю.* “Оптимальное восстановление функций и их производных по коэффициентам Фурье, заданным с погрешностью”, Матем. сб., 193:3 (2002), 79-100.
9. *Выск И. Д., Осипенко К. Ю.* “Оптимальное восстановление решения волнового уравнения по неточным начальным данным”, Матем. заметки, 81:6 (2007), 803-815.
10. *Балова Е. А.* “Об оптимальном восстановлении решений задачи Дирихле по неточным исходным данным”, Матем. заметки, 82:3 (2007), 323-334.
11. *Osipenko K. Yu., Wedenskaya E. V.* Optimal recovery of solutions of the generalized heat equation in the unit ball from inaccurate data, J. Complexity, 23:46 (2007), 653661.
12. *Магарил-Ильяев Г. Г., Осипенко К. Ю.* “Оптимальное восстановление решения уравнения теплопроводности по неточным измерениям”, Матем. сб., 200:5 (2009), 37-54.
13. *Магарил-Ильяев Г. Г., Осипенко К. Ю.* “О восстановлении операторов сверточного типа по неточной информации”, Тр. МИАН, 269 (2010), 181—192.
14. *Магарил-Ильяев Г. Г., Осипенко К. Ю.* “Об оптимальном восстановлении решений разностных уравнений по неточным измерениям”, Проблемы математического анализа, 69 (2013), 47-54.

Выпуклый анализ и выпуклое программирование

Читает: **профессор В.Ю.Протасов**

1. Выпуклые множества и выпуклые конусы. Свойства выпуклой оболочки. Размерность. Свойства симплекса. Теорема Каратеодори [3, лекции 1, 2], [5, лекция 1].
2. Теоремы отделимости и их следствия [4, \S 1.3].
3. Крайние точки, теорема Крейна-Мильмана [5, лекция 2].
4. Выпуклые функции. Эффективное множество, надграфик, собственные функции. Неравенство Йенсена. Непрерывность и локальная липщицевость выпуклой функции внутри эффективной области. Пример неограниченной выпуклой функции на компакте [3, лекции 7, 8], [5, лекция 3].
5. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна-Таккера. Экономическая интерпретация множителей Ланранжа [3, лекция 14].
6. Субдифференциал и производная. Существование субдифференциала во внутренних точках эффективной области. Критерий дифференцируемости выпуклой функции [5, лекция 5].
7. Критерий минимума выпуклой функции. Субдифференциальное исчисление. Теоремы Рокафеллара-Моро Дубовицкого-Милютина. Равносильная формулировка теоремы Куна-Таккера в терминах субдифференциалов [5, лекция 6].
8. Теоремы Радона и Хелли. Теорема об очистке. Альтернанс. Теорема Чебышова о наилучшем приближении [4, \S 3.2, \S 6.1], [5, лекция 7].
9. Теорема о минимаксе [3, лекция 15].
10. Двойственность линейных пространств. Преобразование Лежандра-Юнга-Фенхеля. Свойства замкнутых функций. Теорема Фенхеля-Моро. Полярное преобразование [4, \S 1.4], [3, лекции 4, 13].
11. Постановка задачи линейного программирования. Примеры. Многогранные множества и их вершины [2, \S 1,2].
12. Симплекс-метод [2, \S 3].
13. Условия разрешимости задачи линейного программирования. Теорема двойственности [2, \S 6, 7].
14. Постановка задачи выпуклого программирования. Задачи одномерной оптимизации [1, гл. 7, \S 1, 2].

15. Метод отрезающих плоскостей. Метод эллипсоидов. Метод симплексов [1, гл. 7, \S 3 - 5].
16. Градиентный и субградиентный методы [6, \S 2.1.5, \S 3.2.3]
17. Метод уровней, [6, \S 3.3.3].

Список литературы

1. *Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В., Осмоловский Н.П., Магарил-Ильяев Г.Г., Протасов В.Ю., Тихомиров В.М., Фурсиков А.В.*, Оптимальное управление, М. МЦНМО, 2008, 320 с.
2. *Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю.*, Линейное программирование, М.: Факториал, 1998, 176 с.
3. *Дмитрук А.Б.*, Выпуклый анализ. Элементарный вводный курс, М. Макс-пресс, 2012, 172 с.
4. *Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М.*, Выпуклый анализ и его приложения, Изд. 2-е, исправл. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 176 с.
5. *Протасов В.Ю.*, Выпуклый анализ и выпуклое программирование, курс лекций, 44 стр., http://www.math.msu.su/department/opu/node/139
6. *Нестеров Ю.Е.*, Введение в выпуклую оптимизацию, М. МЦНМО, 2010, 280 стр.

Геометрическая теория управления

Последние годы геометрическая теория управления получила очень серьезное развитие. Спец. курс планируется как краткое введение в современные результаты с выходом на приложения в робототехнике, управления квантовыми системами, восстановление изображений и многое другое.

Читают: **чл.-корр. М.И. Зеликин, асс. Л.В. Локуциевский**

1. Уравнение Эйлера Лагранжа на гладком многообразии.
2. Дифференциальные k-формы. Элементы симплектической геометрии
3. Канонический формализм. Условия трансверсальности в гамильтоновой форме
4. Условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей и условие Вейерштрасса
5. Уравнение Рикатти. Грассмановы многообразия.
6. Римановы многообразия. Уравнения геодезических. Сопряженное время и точки разреза.
7. Векторные поля и управляемые системы на гладких многообразиях
8. Множества достижимости. Теорема об орбите и теорема Рашевского-Чжоу
9. Принцип максимума Понтрягина на гладком многообразии.
10. Элементы теории групп и алгебр Ли
11. Левоинвариантные задачи. Инвариантная форма принципа максимума
12. Субримановы многообразия. Левоинвариантные субримановы задачи на группах Ли.
13. Особые экстремали. Гамильтоновость потока особых экстремалей.
14. Феномен чаттеринга.

Список литературы.

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики.
2. Зеликин М.И. Однородные пространства и уравнение Риккати в вариационном исчислении.
3. Зеликин М.И. Оптимальное управление и вариационное исчисление
4. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. и др., Оптимальное управление.
5. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л., Геометрическая теория управления.

Гамильтоновы системы и Лагранжев формализм

Будут разобраны различные примеры из механики (например задача о форме нерастяжимой нити в окрестности спутника на орбите), геодезические потоки, некоторые вполне интегрируемые системы, классические вариационные задачи, некоторые задачи оптимального управления (например задача о стабилизации перевернутого маятника).

Читает: **асс. Локуциевский Л.В.**

1. Симплектические многообразия, теорема Дарбу, форма Пуанкаре-Картана.
2. Гамильтоновы фазовые потоки, и их интегральные инварианты. Теорема Пуанкаре о возвращении.
3. Пуассонова структура: алгебры Ли векторных полей, гамильтонианов и первых интегралов. Функции Казимира.
4. Пуассонова структура на коалгебре Ли. Орбиты коприсоединенного представления.
5. Бигамильтоновы системы.
6. Метод Гамильтона-Якоби и теорема Лиувилля-Арнольда о вполне интегрируемых системах. Теорема Мищенко-Фоменко о суперинтегрируемых системах.
7. Принцип Лагранжа в вариационных задачах. Теорема Нетер.
8. Вариационный принцип Лагранжа в классической и в релятивистской механиках. Законы сохранения как следствия теоремы Нетер.
9. Двойственность по Лежандру гамильтонова и лагранжева формализмов.
10. Лагранжев и гамильтонов формализмы в задачах оптимального управления. Особые траектории.

Список литературы.

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики.
2. Мозер Ю. Интегрируемые гамильтоновы системы и спектральная теория.
3. Фоменко А.Т. Симплектическая геометрия. Методы и приложения.
4. Зеликин М.И. Однородные пространства и уравнение Риккати в вариационном исчислении.
5. Борисов А.В., Мамаев И.С., Современные методы теории интегрируемых систем.
6. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. и др., Оптимальное управление.
7. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л., Геометрическая теория управления.

Некоторые задачи теории приближений и выпуклой геометрии

Читает: **доцент К.С. Рютин**

1. Элемент наилучшего приближения; его существование, единственность, метрическая проекция, чебышевское множество.
2. Теорема Стоуна--Вейерштрасса.
3. Интерполяция. Многочлен Лагранжа. Пример Рунге
4. Условие Хаара, характеризация чебышевских подпространств в C(K)
5. Критерий Колмогорова. Теорема об альтернансе.
6. Существование и единственность э.н.п. из подпространства. Примеры
7. Неравенства Сегё и Бернштейна. Неравенство Маркова
8. Прямая теорема (Джексона) для тригонометрических полиномов и обратная теорема (Бернштейна)
9. Приближение в L_p. Критерий э.н.п. для подпространств.
10. Теорема Мюнтца
11. Тригонометрические приближения. Приближение операторами Фурье, Фейера, Валле-Пуссена.
12. Определения поперечников. Теорема о поперечнике шара.
13. Выпуклые множества. Теоремы Радона, Каратеодори, Хелли. Приложения.
14. Теоремы отделимости. Объём шара, площадь сферы, распределение массы в шаре.
15. Концентрация меры.Неравенство Брунна-Минковского. Изопериметрическое неравенство.

Список литературы.

1. Изложение лекций С.Б. Стечкина по теории приближений. Екатеринбург, 2010.
2. R. De Vore, G.G. Lorentz. Constructive approximation. Springer, 1993.
3. P.M. Gruber. Convex and discrete geometry. Springer, 2007.
4. K. Ball. An elementary introduction to modern convex geometry. In Flavours of geometry, 1997.
5. R.J. Gardner. The Brunn-Minkowski inequality. Bull. Amer. Math. Soc. 39 (2002), 355-405.
6. A. Shadrin. Approximation theory. http://www.damtp.cam.ac.uk/user/na/PartIIIat/at.html
7. Carl de Boor. Approximation theory. http://pages.cs.wisc.edu/~deboor/887/notes.pdf
8. N.L. Carothers. A short course in approximation theory. http://personal.bgsu.edu/~carother/Notes/ApproxTheorySu09-Final.pdf