

КАФЕДРА ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
Специальный курс по выбору студента  
«Перенормировки и изоморфизмы банаховых пространств»  
½ года, экзамен  
Лектор: доцент А.А. Васильева

В спецкурсе доказывается теорема Джеймса-Энфло об эквивалентной равномерно выпуклой равномерно гладкой норме для суперрефлексивного пространства. Также обсуждаются вопросы существования изоморфизма между «классическими» банаховыми пространствами. Для этого изучаются свойства банаховых пространств с базисами Шаудера и вводятся понятия типа и котипа.

**Программа**

1. Суперрефлексивные банаховы пространства.  $(n, \varepsilon)$ -деревья в банаховых пространствах. Критерий суперрефлексивности в терминах эквивалентных норм (теорема Джеймса-Энфло).
2. Базисы Шаудера. Канонические проекторы. Примеры пространств с базисом. Теорема Банаха о равномерной ограниченности канонических проекторов.
3. Базисные последовательности. Теорема Крейна – Мильмана – Рутмана.
4. Блочные базисные последовательности. Теорема Пелчинского о подпространстве с базисом, эквивалентным блочной базисной последовательности. Принцип выбора Бессага-Пелчинского. Существование базисной последовательности в любом банаховом пространстве.
5. Метод разложения Пелчинского. Изоморфизм пространства  $L_p[0, 1]$  и его прямой суммы с  $l_2$ .
6. Теорема Пелчинского о дополняемых подпространствах  $c_0$  и  $l_p$ . Теорема Питта. Теорема об отсутствии изоморфизма между бесконечномерными подпространствами в  $l_p$  и  $l_q$  при  $p \neq q$ . Отсутствие изоморфизма между  $l_p$  и  $L_p[0, 1]$  при  $p \neq 2$ .
7. Теорема Акилова. Теорема Пелчинского об изоморфизме между  $l_\infty$  и  $L_\infty[0, 1]$ .
8. Стягивающие базисы. Теорема об изоморфизме второго сопряженного пространства и пространства последовательностей. Пространство Джеймса.
9. Свойство аппроксимации. Теорема Гротендика. Теорема Энфло – Дэви о существовании пространства, не имеющего свойства аппроксимации.
10.  $p$ -абсолютно суммирующие операторы. Теорема Пича о факторизации. Абсолютно и безусловно сходящиеся ряды. Теорема Дворецкого-Роджерса о существовании рядов в бесконечномерном банаховом пространстве, сходящихся безусловно, но не абсолютно.  $p$ -абсолютно суммирующие операторы в сепарабельном гильбертовом пространстве.
11. Константа Гротендика. Абсолютная суммируемость операторов из  $l_1$  в  $l_2$  и 2-абсолютная суммируемость операторов из  $c_0$  в  $l_p$ ,  $p \leq 2$ .
12. Неравенство Кахана.
13. Типы и котипы банаховых пространств. Тип и котип пространства  $L_p$ .
14. Теорема Квапьяна.