Программа обязательного курса «Вариационное исчисление и оптимальное управление» 4 курс 1 поток (лектор А.В.Фурсиков, декабрь 2022г.), а также возможные дополнительные вопросы.

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Лемма Дюбуа-Реймона.

{Вопросы: Дать определение а) допустимой функции, б) точки минимума (максимума, экстремума), в) точки слабого локального минимума (слабого локального максимума, слабого локального экстремума)}

1. Первые интегралы уравнения Эйлера. Примеры (интегралы импульса и энергии)
2. Задача о брахистохроне: формализация и решение.

(Вопрос: Является ли решение задачи о брахистохроне слабым локальным экстремумом? )

1. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.

(Вопросы: дать определение а) допустимой функции, б) точки минимума (максимума, экстремума), в) точки слабого локального минимума (слабого локального максимума, слабого локального экстремума)}

1. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
2. Определение фактор- пространстве банахова пространства и его свойства.

(Вопрос: привести пример нормированного, но не банахова пространства.)

1. Теорема Хана-Банаха (формулировка). Следствие из этой теоремы.
2. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе. (Вопрос: является ли правый обратный оператор в этой теореме линейным и/или непрерывным оператором?)
3. 2-я теорема отделимости (формулировка). Лемма о нетривиальности аннулятора.
4. Лемма о замкнутости образа.
5. Теорема об аннуляторе ядра.
6. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
7. Теорема о среднем. Следствие о непрерывной дифференцируемости.
8. Оператор Немыцкого и его дифференцируемость (формулировка). Применение к оператору дифференциальной связи, интегральному функционалу.
9. Оператор Немыцкого и его дифференцируемость (формулировка). Применение к интегральному отображению с переменными пределами, оператору краевых условий.
10. Теорема об оценке расстояния.
11. Теорема Люстерника о касательном пространстве.
12. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничением типа равенства.
13. Выпуклые множества и функции: определения и простейшие свойства. Конечномерная теорема отделимости (формулировка).
14. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна-Таккера.
15. Задача оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума Понтрягина из принципа Лагранжа.
16. Доказательство принципа максимума для задачи оптимального управления со свободным концом.

Литература

1) А.В.Фурсиков. Курс лекций по Вариационному исчислению и оптимальному управлению для 1 потока 4 курса 2020 г.

2) В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин. Оптимальное управление. Наука 1979г.

3) В.М.Алексеев, Э.М.Галеев, В.М.Тихомиров. Сборник задач по оптимизации. Наука 1984 г.

4) Э.М.Галеев, М.И.Зеликин, и др. Оптимальное управление. – М.:МЦНМО, 2008