

Программа обязательного курса «Вариационное исчисление и оптимальное управление»
4 курс 1 поток (лектор А.В.Фурсиков, декабрь 2022г.), а также возможные
дополнительные вопросы.

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
Лемма Дюбуа-Реймона.
{Вопросы: Дать определение а) допустимой функции, б) точки минимума (максимума, экстремума), в) точки слабого локального минимума (слабого локального максимума, слабого локального экстремума)}
2. Первые интегралы уравнения Эйлера. Примеры (интегралы импульса и энергии)
3. Задача о брахистохроне: формализация и решение.
(Вопрос: Является ли решение задачи о брахистохроне слабым локальным экстремумом?)
4. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.
(Вопросы: дать определение а) допустимой функции, б) точки минимума (максимума, экстремума), в) точки слабого локального минимума (слабого локального максимума, слабого локального экстремума)}
5. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
6. Определение фактор-пространства банахова пространства и его свойства.
(Вопрос: привести пример нормированного, но не банахова пространства.)
7. Теорема Хана-Банаха (формулировка). Следствие из этой теоремы.
8. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе. (Вопрос: является ли правый обратный оператор в этой теореме линейным и/или непрерывным оператором?)
9. 2-я теорема отделимости (формулировка). Лемма о нетривиальности аннулятора.
10. Лемма о замкнутости образа.
11. Теорема об аннуляторе ядра.
12. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
13. Теорема о среднем. Следствие о непрерывной дифференцируемости.
14. Оператор Немыцкого и его дифференцируемость (формулировка). Применение к оператору дифференциальной связи, интегральному функционалу.
15. Оператор Немыцкого и его дифференцируемость (формулировка). Применение к интегральному отображению с переменными пределами, оператору краевых условий.
16. Теорема об оценке расстояния.
17. Теорема Люстерника о касательном пространстве.
18. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничением типа равенства.
19. Выпуклые множества и функции: определения и простейшие свойства.
Конечномерная теорема отделимости (формулировка).

20. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна-Таккера.
21. Задача оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума Понтрягина из принципа Лагранжа.
22. Доказательство принципа максимума для задачи оптимального управления со свободным концом.

Литература

- 1) А.В.Фурсиков. Курс лекций по Вариационному исчислению и оптимальному управлению для 1 потока 4 курса 2020 г.
- 2) В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин. Оптимальное управление. Наука 1979г.
- 3) В.М.Алексеев, Э.М.Галеев, В.М.Тихомиров. Сборник задач по оптимизации. Наука 1984 г.
- 4) Э.М.Галеев, М.И.Зеликин, и др. Оптимальное управление. – М.:МЦНМО, 2008