

# Теоретические вопросы к курсу обыкновенный уравнений, часть I.

Локуцкий Л.В.

29 октября 2020 г.

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Фазовое пространство, расширенное фазовое пространство. Разрешение относительно производной. Два определения решения (и их эквивалентность в непрерывной случае). Инвариантность решения относительно замен координат. Теорема о повышении гладкости решения ОДУ.
2. Теорема Пикара.
3. Методы решения одномерных уравнений: разделение переменных, выделение полного дифференциала, решение линейного неоднородного уравнения, интегрирующий множитель, первый интеграл.
4. Лемма Гронуолла.
5. Теорема о глобальной единственности решения ОДУ.
6. Теорема о непродолжимом решении ОДУ.
7. Теорема о граничном поведении решении ОДУ и ее геометрический смысл.
8. Достаточное условие полноты векторного поля.
9. Теорема о структуре решений линейного однородного ОДУ.
10. Свойства потока линейного однородного ОДУ (невырожденность, групповое свойство, дифференциальное уравнение потока и его обратного).
11. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ОДУ. Выражение потока через ФСР. Общее решение линейного неоднородного уравнения.
12. Формула Остроградского-Лиувилля для определителя Вронского.
13. Общий вид решения линейного неоднородного уравнения.
14. Определение экспоненты от оператора и ее свойства (производная от  $e^{tA}$ , экспоненты от коммутирующих операторов, представление в виде ряда, связь с присоединенными действиями  $\text{ad}$  и  $\text{Ad}$ ).