

Теоретические вопросы к курсу обыкновенный уравнений, часть II

Локуцкий Л.В.

22 марта 2021 г.

Теоретические задачи: второй листок (задачи 7, 9, 10, 12, 15), третий листок (задачи 1-9)

1. Теорема сравнения Штурма: канонический вид, нахождение общего решения с помощью одного частного, теорема сравнения Штурма.
2. Малые стационарные колебания струны.
3. Теорема о непрерывной зависимости решения ОДУ от правой части и начального условия. Теорема о непрерывности решения по параметру.
4. Теорема о производной решения ОДУ по параметру. Теорема о гладкой зависимости решения от параметра. Уравнение в вариациях.
5. Фазовый портрет физического маятника и его линеаризации в окрестности обоих положений равновесия.
6. Автономные системы и векторные поля. Теорема об изменении векторного поля при замене координат. Отображение потока и его свойства (групповое свойство, гладкость, связь с уравнением в вариациях).
7. Теорема о выпрямлении поля и следствие о существовании полного набора первых интегралов.
8. Классификация неподвижных точек двумерной системы: седло, узел (обычный, критический и дикритический), фокус, центр и вырожденные.
9. Устойчивости по Ляпунову (обычная и асимптотическая). Теорема о необходимых и достаточных условиях устойчивости/асимптотической устойчивости линейной системы $\dot{x} = Ax$.
10. Функция Ляпунова и теоремы Ляпунова (об устойчивости и асимптотической устойчивости).
11. Теорема об асимптотической устойчивости неподвижной точки по линейному приближению.
12. α и ω предельные множества и их простейшие свойства для ограниченной полутраектории (непустота, компактность, связность, инвариантность относительно потока).
13. Инвариантные множества. Существование минимального непустого компактного подмножества. Рекуррентные точки.