

# Теоретические задания к курсу обыкновенный уравнений.

Локуцкий Л.В.

8 сентября 2021 г.

1. Решить систему  $\dot{x} = 5x + y, \dot{y} = -4x + y$
2. Может ли решение уравнения  $\dot{x} = 1/t$  иметь разные значения в точках  $t = \pm 1$ ? Так ли уж важна связность промежутка  $I$  в определении решения?
3. Найти, как меняется правая часть уравнения  $\dot{x} = f(t, x)$  при замене времени  $s = S(t, x)$  и координат  $y = Y(t, x)$ . При каких условиях на отображения  $S$  и  $Y$  переменная  $s$  действительно может быть выбрана в качестве независимой?
4. Являются ли полными нормированными линейными пространствами множества  $C^1([\alpha; \beta] \rightarrow V)$ ,  $C((\alpha; \beta) \rightarrow V)$ ,  $C((-\infty; \infty) \rightarrow V)$ ? Пусть  $K \subset \mathbb{R}^N$ . При каких  $K$  множество  $C(K \rightarrow V)$  является полным нормированным линейным пространством?
5. Пусть  $K \subset \mathbb{R}^N$  — компактное множество и  $\Phi : K \rightarrow K$  непрерывное отображение. Верно ли, что найдется такое  $k \in \mathbb{N}$ , что отображение  $\Phi^k$  имеет неподвижную точку?
6. Известно, что любое непрерывное отображение на компактном подмножестве  $K \subset \mathbb{R}$  равномерно непрерывно. Верно ли обратное утверждение, что если любая непрерывная на некотором множестве  $K \subset \mathbb{R}$  функция равномерно непрерывна, то  $K$  — компакт?