Программа курса “Вариационное исчисление и оптимальное управление”
Лектор — доц. А.А. Васильева
2018–19 уч. год

1. Вариация по Лагранжу, производные по Гато и по Фреше. Правило Лейбница и теорема о производной композиции.
2. Непрерывная дифференцируемость. Теорема о среднем. Связь непрерывной дифференцируемости и дифференцируемости по Фреше.
3. Теорема о непрерывной дифференцируемости произведения и композиции функций.
4. Оператор Немыцкого и его производная.
5. Гладкая задача на экстремум без ограничений. Необходимое условие локального минимума. Достаточное условие глобального минимума.
6. Простейшая задача вариационного исчисления: постановка задачи, вычисление производной интегрального функционала, переформулировка в виде гладкой задачи без ограничений. Необходимое условие локального минимума и достаточное условие глобального минимума в терминах производной интегрального функционала; то же самое — в терминах уравнений Эйлера–Лагранжа (формулировка).
7. Лемма Дюбуа-Реймона. Эквивалентность уравнений Эйлера–Лагранжа и равенства нулю производной интегрального функционала.
8. Задача Больца.
9. Гладкая задача с ограничениями типа равенств: постановка и формулировка необходимого условия в общем случае, доказательство в случае конечномерных пространств.
10. Касательный вектор. Необходимое условие локального минимума в терминах касательных векторов. Формулировка теоремы о касательном пространстве и теоремы об аннуляторе ядра.
11. Фактор-пространство для банахова пространства, его полнота.
12. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Лемма о правом обратном.
13. Теорема Люстерника.
14. Теорема о касательном пространстве.
15. Теорема об аннуляторе ядра. Теорема отделимости (формулировка). Теорема о нетривиальности аннулятора.
16. Необходимое условие локального минимума в гладкой задаче с ограничениями типа равенств: завершение доказательства.
17. Изопериметрическая задача.
18. Задача Лагранжа: постановка задачи, формулировка необходимого условия локального минимума, доказательство непрерывной дифференцируемости и вычисление производных отображений из задачи Лагранжа.
19. Лемма о замкнутости образа. Доказательство замкнутости образа отображения, задающего ограничения в задаче Лагранжа.
20. Сопряженное пространство к $C[t_0, t_1]$. Обобщенная лемма Дюбуа-Реймона.
21. Вид линейного непрерывного функционала на произведении пространств. Вывод необходимых условий локального минимума в задаче Лагранжа.

22. Задача оптимального управления: постановка, формулировка необходимого условия локального минимума в общем случае.

23. Задача оптимального управления со свободным правым концом. Формулировка необходимого условия локального минимума для этого случая. Игольчатые вариации, равномерная сходимость функций x_λ и производная по λ.

24. Доказательство необходимого условия локального минимума в задаче оптимального управления со свободным концом.

25. Слабый и сильный минимум в простейшей задаче вариационного исчисления. Необходимые условия сильного минимума (в терминах функции Вейерштрасса и непрерывности $L_{\dot{x}}$).

26. Необходимое и достаточное условия слабого минимума в простейшей задаче вариационного исчисления в терминах квадратичных форм.

27. Условие Лежандра — необходимое условие слабого минимума.

28. Условие Якоби — необходимое условие слабого минимума.

29. Достаточное условие слабого минимума.

30. Центральное поле экстремалей. Функция действия и ее производные.

31. Формула Вейерштрасса. Достаточные условия сильного минимума.

32. Сохраняющиеся величины. Геодезические на плоскости Лобачевского.