

Программа курса «Вариационное исчисление и оптимальное управление», 2019.

Экономический поток

Теоретические вопросы

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
2. Первый интеграл импульса (как инвариант сдвига по координате) и первый интеграл энергии (как инвариант сдвига по времени).
3. Гамильтоновость системы уравнений Эйлера-Лагранжа. Необходимое условие Вейерштрасса-Эрдмана. Теорема Гильберта о гладкости экстремалей.
4. Необходимое условие Лежандра. Сопряженные точки и необходимое условие Якоби.
5. Форма Пуанкаре-Картана и условия ортогональности.
6. Лежандрово подмногообразие. Теоремы Якоби и Вейерштрасса об оптимальности экстремали, погруженной в поле.
7. Теорема Якоби о существовании поля экстремалей при отсутствии сопряженных точек.
8. Уравнения в вариациях и ковариациях. Гамильтоновость уравнений в ковариациях. Вмороженное управление
9. Лемма о пакете иголок (с положительными и отрицательными ширинами).
10. Принцип максимума Понтрягина (для задачи Майера/в геометрической форме) – *на выбор*.
11. Принцип максимума Понтрягина для задачи с неравенствами.
12. Принцип максимума Понтрягина для общей задачи оптимального управления.
13. Особые экстремали в задачах, аффинных по одномерному управлению. Теорема о порядке особой экстремали.
14. Теорема о приближении с помощью кусочно-постоянных управлений.
15. Теорема Нагано-Сусмана об орбите.
16. Теорема Рашевского-Чжоу.
17. Три эквивалентные формы субримановых задач.

Приложения

1. Задача о минимальной поверхности вращения. Исследование такой поверхности на оптимальность (в симметричном случае).

2. Оптимальность экстремалей математического маятника на разных промежутках времени.
3. Задача о брахистохроне.
4. Задача о провисании нити в поле тяжести.
5. Задача Дидоны.
6. Задача Аполлония.
7. Задача быстрогодействия для управления второй производной.
8. Задача быстрогодействия для управления математическим маятником.
9. Аэродинамическая задача Ньютона.
10. Задача быстрогодействия для управления машиной Дуббинса.
11. Задача быстрогодействия для управления двухфакторным производством.
12. Задача Фуллера.
13. Структура сфер в субримановой задаче на группе Гейзенберга.

Список Литературы.

- [1] Зеликин М.И. *Однородные пространства и уравнение Риккати в вариационном исчислении.*
- [2] Арнольд В.И. *Математические методы классической механики.*
- [3] Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. *Оптимальное управление.*
- [4] Зеликин М.И., *Оптимальное управление и вариационное исчисление.*
- [5] Аграчев А.А., Сачков Ю.Л., *Геометрическая теория управления*

Локуциевский Л.В.