

Программа лекций проф. М.И. Зеликина по Вариационному исчислению и оптимальному управлению.

Уравнение Эйлера для задачи классического вариационного исчисления. Уравнение геодезических на римановом многообразии. Преобразование Лежандра - Юнга - Фенхеля. Канонические переменные и гамильтоновы системы. Интегралы уравнения Эйлера. Формула дифференцирования функционала с подвижными концами. Условия трансверсальности. Условия Вейерштрасса-Эрдмана. Уравнение Гамильтона-Якоби. Уравнение эйконала. Уравнение Эйлера для кратного интеграла. Постановка задачи оптимального управления. Формулировка принципа максимума Портягина. Доказательство принципа максимума для задачи со свободным концом. Условие Вейерштрасса. Вторая вариация и ограниченные симметрические билинейные формы. Условие Лежандра. Условие Якоби. Уравнение Риккати. Многообразие Грассмана. Связь уравнения Якоби и уравнения Риккати. Форма Пуанкаре-Картана как интегральный инвариант гамильтоновых систем. Конструкция центрального поля экстремалей. Достаточные условия оптимальности в терминах теории поля. Погружение экстремали в поле и сопряженные точки. Эластики Эйлера. Теорема Люстерника. Условия оптимальности в задаче Лагранжа. Теорема существования для задачи оптимального быстрогодействия.

ЗАДАЧИ

Задача о брахистохроне. Задача Фуллера. Геодезические на сфере. Задача о минимальных поверхностях вращения. Задача о гармоническом осцилляторе. Задача Дидоны. Простейшая задача оптимального быстрогодействия. Уравнение Эластик. Задача Аполлония. Простейшая задача математической экономики. Уравнение и примеры задачи о минимальных поверхностях. Геодезические на плоскости Лобачевского. Аэродинамическая задача Ньютона. Задача $\int_0^1 \dot{x}^3 dt \rightarrow \inf, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$