

**Конструктивные асимптотики решений задачи Коши
с локализованными начальными условиями
для эволюционных псевдо(дифференциальных) уравнений**

С.Ю.Доброхотов, В.Е.Назайкинский, А.И.Шафаревич

Институт проблем механики им А.Ю.Ишлинского РАН

Рассматривается задача Коши $\Psi|_{t=0} = \Psi^0(\frac{x}{\mu})$, $x \in \mathbb{R}^n$, для линейных скалярных и векторных уравнений вида $ih\Psi_t = \mathcal{H}(x, -ih\nabla, h)\Psi$, где $\hat{\mathcal{H}} = \mathcal{H}(x, -ih\nabla, h)$ дифференциальный или псевдодифференциальный оператор со скалярным или матричным символом $\mathcal{H}(x, p, h)$; в векторном случае $\Psi(x, t)$ является m -векторной функцией с компонентами (Ψ_1, \dots, Ψ_m) ; $h \geq \mu$ - это малые параметры, h характеризует скорость изменения коэффициентов, а μ - начальный размер возмущения. Предполагаются, что $\Psi^0(y)$ - гладкая функция, убывающая на бесконечности и принадлежащей, по крайней мере, пространству $L_1(\mathbb{R}^n)$. Мы также предполагаем, что символ $\mathcal{H}(x, p, h)$ является гладкой матричной функцией и что для $|p| > 0$ собственные значения $\lambda_j(x, p)$, $j = 1, \dots, k$, $k \leq m$, главного символа $\mathcal{H}(x, p, 0)$ являются гладкими функциями и их кратности не зависят от (x, p) . Обсуждается общий подход к построению эффективных асимптотических формул для решения таких задач и его связь с формулой типа Ван Флека в квантовой механике, с формулами, полученными Масловым, Федорюком, Даниловым, Боровиковым, Кельбертом, Берри, Доброхотовым, Жевандровым, Шафаревичем, Секерж-Зеньковичем, Тироцци и др. для гиперболических систем, уравнений гидродинамики, уравнений на решетках и др. Наш основной прагматический результат заключается в том, что эффективные формулы для главного члена асимптотических решений таких задач могут быть построены с использованием комбинации стандартного подхода Маслова, основанного на специальных лагранжевых многообразиях (очень часто с нестандартными особенностями), и нового представления канонического оператора Маслова в сингулярных картах, недавно полученного авторами доклада.