Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О поведении оптимального синтеза в одной модельной задаче с двумерным управлением из эллипса.

Научный руководитель – Локуциевский Лев Вячеславович

Мырикова Виктория Андреевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра общих проблем управления, Москва, Россия

E-mail: vikma93@mail.ru

В работе рассматривается следующая двумерная задача оптимального управления :

$$\begin{cases} \int_0^\infty x^2(t)dt, x \in \mathbb{R}^2; \\ \dot{x}(t) = u, u \in \Omega = \left\{(u_1, u_2) : \frac{u_1^2}{a^2} + \frac{u_2^2}{b^2} \le 1\right\}; \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{1}$$

Целью является определение поведения оптимальных траекторий данной задачи для любой начальной точки $x_0 \in \mathbb{R}^2$. Применение принципа максимума Понтрягина для данной задачи приводит к системе дифференциальных уравнений, которая сложна для интегрирования. В связи с этим для решения выбран следующий подход. Используя принцип максимума Понтрягина и результаты [1], описываются оптимальные траектории для подобной (1) задачи, где управление меняется в выпуклом многоугольнике, содержащем начало координат во внутренности. Далее строится последовательность выпуклых многоугольников Ω_n , аппроксимирующих данный эллипс Ω. Рассматривается последовательность задач :

$$\begin{cases} \int_0^\infty x^2(t)dt, x \in \mathbb{R}^2; \\ \dot{x}(t) = u, u \in \Omega_n; \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{2_{n}}$$

Вид траекторий для фиксированного n уже нам известен. Далее, применяя теорему Филиппова о непрерывной зависимости дифференциальных включений от правой части [2], доказывается приближение оптимальных траекторий задач (2_n) к траекториям задачи (1) с увеличением n. Ключевым моментом для успешного применения теоремы является равномерная сходимость сопряженных функций из ПМП последовательности задач (2_n) к сопряженной функции задачи (1) на компакте, что доказывается с применением уравнения Беллмана [1].

Источники и литература

1) М.И. Зеликин “Оптимальное управление и вариационное исчисление”, 2004.
2) Л.В. Локуциевский “ Особые режимы в управляемых системах с многомерным управлением из многогранника”.
3) А.Ф. Филиппов “Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью”, 1985.