В.Ю.Протасов (МГУ)

Линейные системы с переключениями

Аннотация

Для данного компактного множества $\mathcal{A}$ линейных операторов, действующих в $\mathbb{R}^d$, рассматривается разностное уравнение на последовательность векторов $\{x_i\}_{i\geq 0} \subset \mathbb{R}^d$:

$$x_k \;=\; A(k)\, x_{k-1}\,, \quad k \in \mathbb{N}\,,$$

в котором все операторы $A(k)$ принадлежат $\mathcal{A}$. Каждой функции $A : \mathbb{N} \to \mathcal{A}$ и каждому начальному вектору $x_0 \in \mathbb{R}^d$ соответствует свое разностное уравнение. Совокупность таких уравнений для всевозможных функций $A : \mathbb{N} \to \mathcal{A}$ называется *дискретной линейной системой с переключениями* (discrete linear switching system), а решение $\{x_k\}$ любого из уравнений – траекторией системы. Система *устойчива*, если все её траектории стремятся к нулю при $k \to \infty$, при любом выборе операторов $A(k)$. Аналогично определяется устойчивость *непрерывной линейной системы с переключениями*: $\dot{x}(t) \,=\, A(t)\, x(t)\,,\; A(t) \in \mathcal{A}\,,\; t \geq 0\,$, где $A(\cdot)$ – измеримая функция со значениями в $\mathcal{A}$. Такие системы активно изучались, начиная с 1980-х гг., в российской (Молчанов, Пятницкий, Опойцев, Барабанов, Козякин, и др.) и в зарубежной литературе (Либерзон, Гурвиц, Бланкини, Шортен, Маргалиот, и др.) Они нашли многочисленные приложения, как инженерные, так и теоретические (динамические системы, управление, теория графов, проблема консенсуса, и т.д.) Основная задача: по заданному семейству $\mathcal{A}$ определить, будет ли система устойчивой, и построить для нее функцию Ляпунова.

В докладе будет изложен новый метод определения устойчивости, использующий кусочно-линейные функции Ляпунова (результаты совместной работы с Н.Гуглиелми), а также представлено решение задачи о возможности неполиномиального роста максимальной траектории системы в случае резонанса.